Les corrigés donnés ici sont longs car très détaillés.
On ne vous demande pas de reprendre sur votre feuille l'ensemble de ce qui est donné.

EXERCICE 1

Rappeler :

- ⇒ les trois fonctions d'une chaîne de transmission : TRANSMETTRE – TRANSFORMER – ADAPTER
- ⇒ les deux mouvements élémentaires susceptibles d'être considérés : ROTATION – TRANSLATION
- ⇒ ce qu'exprime la loi d'entrée/sortie d'un mécanisme : le paramètre de **SORTIE** en fonction du paramètre d'**ENTREE** ; les paramètres (d'entrée et de sortie) peuvent être géométriques (distances ou angles parcourus) ou cinématiques (vitesses linéaires ou angulaires).
- ⇒ le/les cas où un <u>rapport de transmission</u> peut être calculé :

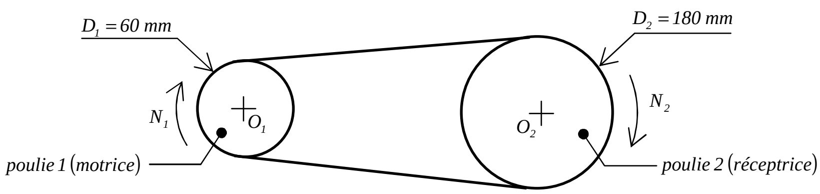
☐ rotation → translation ☐ translation → rotation ☑ rotation → rotation ☐ translation → translation

- ⇒ Une vitesse de rotation est usuellement notée N si elle est exprimée en tr.min^{-1} et ω si elle est exprimée en rad.s^{-1} ; on peut aussi rencontrée n si elle est exprimée en tr.s^{-1}.
- ⇒ Pour convertir des $tr \cdot min^{-1}$ en $rad \cdot s^{-1}$, on utilise la formule : $\omega = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot N}{60}$ (à savoir par cœur)

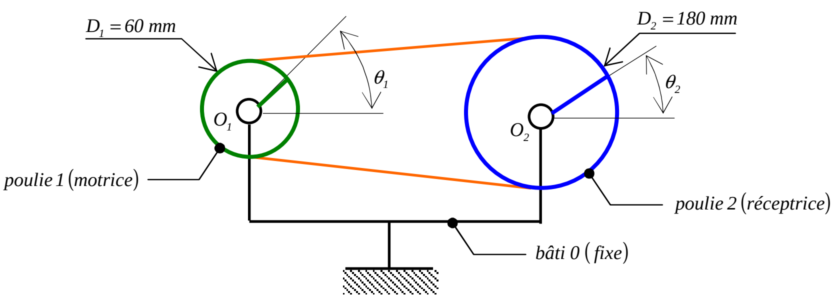
EXERCICE 2

On considère un système poulie/courroie. On a $D_1 = 60\ mm$ et $D_2 = 180\ mm$. La petite poulie est motrice.

a) Faire un petit schéma à main levée de la situation ; préciser les cotes qui sont données.



On peut aussi considérer que les deux poulies sont en liaison pivot avec un bâti fixe (0) ; avec un peu de couleur pour y voir plus clair quand on n'est pas encore habitué, ça donne ça :

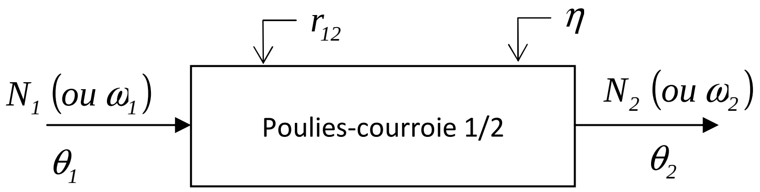


Les poulies sont en liaison pivot avec le bâti en O_1 et O_2.

On a ici fait le choix de représenter les angles parcourus θ_1 et θ_2 plutôt que les vitesses ω_1 et ω_2.

Fait ainsi, ce schéma correspond à un **schéma cinématique**.

b) Tracer le schéma bloc de la transmission.



A noter :

- Indice (1) en entrée et (2) en sortie car l'énoncé dit que la petite poulie est motrice (c'est l'entrée).
- On a précisé le rapport de transmission r_{12} car il y en a un (car rotation en entrée **et** rotation en sortie).
- On a précisé le rendement énergétique η **qu'il ne faut surtout pas confondre** avec le rapport r_{12}.
- On a précisé les paramètres d'entrée et de sortie :
  - **Géométriques**, ici les angles θ_1 et θ_2 puisqu'on a des mouvements de rotation en entrée et en sortie,
  - **Cinématiques**, ici les vitesses angulaires N_1 et N_2 si exprimées en $tr \cdot min^{-1}$ ou ω_1 et ω_2 si exprimées en $rad \cdot s^{-1}$.

c) Calculer à 10^{-3} près le rapport de transmission r_{12}.

Il faut savoir par cœur que, par définition, on a

$$r_{12} = \frac{vitesse\ de\ rotation\ en\ sortie}{vitesse\ de\ rotation\ en\ entrée}$$

soit, puisque (2) est la sortie et (1) l'entrée :

$$r_{12} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$ ou encore $$r_{12} = \frac{N_2}{N_1}$$ (c'est pareil, c'est juste une histoire d'unités)

Or, dans la fiche de cours, pour le système « poulie/courroie », on trouve la relation :

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{d_e}{d_s}$$

avec :

ω_s la vitesse de sortie, c'est-à-dire ω_2 dans l'exercice

ω_e la vitesse d'entrée, c'est-à-dire ω_1 dans l'exercice

(Cette relation indique que le rapport des vitesses de rotation est égal au rapport inverse des diamètres des poulies).

Ainsi, on a :

$$r_{12} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3} = 0{,}333$$

d) Préciser s'il s'agit d'un réducteur, conservateur ou multiplicateur de vitesse.

$r_{12} < 1$ => on a donc un réducteur.

e) Etablir la loi d'entrée sortie cinématique.

C'est très simple ; il suffit de reprendre $\frac{\omega_2}{\omega_1} = 0{,}333$ pour exprimer la sortie ω_2 en fonction de l'entrée ω_1 :

$$\omega_2 = 0{,}333 \cdot \omega_1$$

Si on part de $\frac{N_2}{N_1} = 0{,}333$ on a $N_2 = 0{,}333 \cdot N_1$

L'interprétation de cette formule est on ne peut plus simple :

La sortie (2) est proportionnelle à l'entrée (1).

(2) tourne trois fois moins vite que (1).

(1) tourne trois fois plus vite que (2).

Si (1) ne tourne pas, (2) ne tourne pas.

f) Calculer en $tr \cdot min^{-1}$ la vitesse de rotation N_2 de la sortie lorsque l'entrée tourne à $N_1 = 150\, tr \cdot min^{-1}$.

Tout bête : on part de $N_2 = 0{,}333 \cdot N_1$ et on calcule N_2 à partir de la valeur qu'on nous donne pour N_1 :

$$N_2 = 0{,}333 \cdot N_1 = 0{,}333 \times 150 = 50\ tr \cdot min^{-1}$$

Note : on a pas pris $N_2 = 0{,}333 \cdot N_1$ et non pas $\omega_2 = 0{,}333 \cdot \omega_1$ car on nous a donné N_1 en $tr \cdot min^{-1}$ et non pas ω_1 en $rad \cdot s^{-1}$.

g) Calculer en $tr \cdot min^{-1}$ la vitesse de rotation N_1 de l'entrée pour que la sortie tourne à $N_2 = 150\ tr \cdot min^{-1}$.

Pareil, on repart de la relation entre N_1 et N_2 :

$$N_2 = 0,333 \cdot N_1$$

Mais il faut la retourner pour exprimer ce qu'on cherche (N_1) en fonction de ce qu'on connaît (N_2) :

$$N_2 = 0,333 \cdot N_1 \quad \Leftrightarrow \quad N_1 = \frac{N_2}{0,333} = \frac{150}{0,333} = 450\ tr \cdot min^{-1}$$

h) Etablir la loi d'entrée sortie géométrique.

Ici, il faut parler en angle parcouru et non en vitesse de rotation. On a tout simplement :

$$\theta_2 = 0,333 \cdot \theta_1$$

θ_1 et θ_2 étant respectivement les angles parcourus par les poulies motrice (1) et réceptrice (2).

Mais peut être que vous vous demandez comment on est passé de $N_2 = 0,333 \cdot N_1$ à $\theta_2 = 0,333 \cdot \theta_1$ ou, c'est pareil de $\omega_2 = 0,333 \cdot \omega_1$ à $\theta_2 = 0,333 \cdot \theta_1$.

C'est tout simple, il suffit de se rappeler qu'une vitesse c'est une distante divisée par un temps.
Ici, comme les poulies tournent, les distances sont les angles θ_1 et θ_2, et les vitesses sont ω_1 et ω_2.

Or (voir la fiche), on a $\omega = \frac{\theta}{t}$ (la vitesse = l'angle divisé par le temps)

Soit, $\omega_1 = \frac{\theta_1}{t}$ et $\omega_2 = \frac{\theta_2}{t}$

Par substitution, la relation $\omega_2 = 0,333 \cdot \omega_1$ devient $\frac{\theta_2}{t} = 0,333 \cdot \frac{\theta_1}{t} \quad \Leftrightarrow \quad \theta_2 = 0,333 \cdot \theta_1$ **et voilà !**

i) Calculer le nombre de tours θ_2 que fait la sortie lorsque l'entrée fait $\theta_1 = 10\ tr$.

$$\theta_2 = 0,333 \cdot \theta_1 = 0,333 \times 10 = 3,33\ tr$$

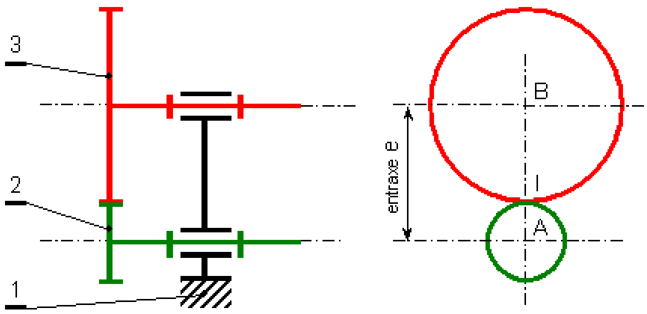
j) Calculer le nombre de tours θ_1 que doit faire l'entrée pour avoir en sortie $\theta_2 = 50\ tr$.

Il faut retourner l'équation pour exprimer ce qu'on cherche (θ_1) en fonction de ce qu'on connaît (θ_2) :

$$\theta_2 = 0{,}333 \cdot \theta_1 \quad \Leftrightarrow \quad \theta_1 = \frac{\theta_2}{0{,}333} = \frac{50}{0{,}333} = 150{,}15\ tr$$

EXERCICE 3

On considère un engrenage à roues cylindriques (2) et (3).
La roue motrice est la roue (2).
On donne les nombres de dents des roues : $Z_2 = 20$ et $Z_3 = 70$ et le module : $m = 1{,}5$.



a) Calculer en mm les diamètres d_2 et d_3 .

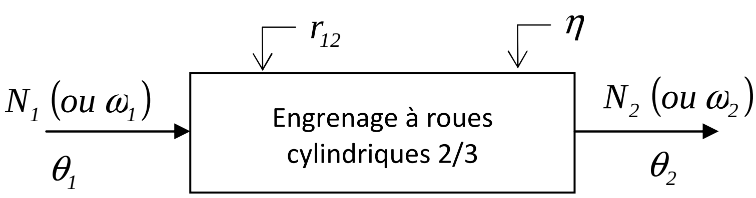
On dispose de la formule $d = m \cdot Z$; elle permet de calculer le diamètre primitif d d'une roue dentée étant donné son module m et son nombre de dents Z .
Ainsi, on a :

$$d_2 = m \cdot Z_2 = 1{,}5 \times 20 = 30\ mm$$

Et

$$d_3 = m \cdot Z_3 = 1{,}5 \times 70 = 105\ mm$$

b) Tracer le schéma bloc de la transmission.



c) Calculer à 10^{-3} près le rapport de transmission r_{12} .

Une fois de plus, il faut savoir par cœur que, par définition, on a

$$r_{12} = \frac{vitesse\ de\ rotation\ en\ sortie}{vitesse\ de\ rotation\ en\ entrée}$$

soit, puisque (3) est la sortie et (2) l'entrée :

$$r_{23} = \frac{\omega_3}{\omega_2}$$

Or, dans la fiche de cours, pour le système « engrenage à roues cylindriques », on trouve la relation :

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{Z_e}{Z_s}$$

avec :

ω_s la vitesse de sortie, c'est-à-dire ω_3 dans l'exercice

ω_e la vitesse d'entrée, c'est-à-dire ω_2 dans l'exercice

(Cette relation indique que le rapport des vitesses de rotation est égal au rapport <u>inverse</u> des nombres de dents des roues).

Ainsi, on a :

$$r_{23} = \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_3} = \frac{20}{70} = 0{,}286$$

d) Préciser s'il s'agit d'un réducteur, conservateur ou multiplicateur de vitesse.

$r_{23} < 1$ => on a donc un réducteur.

e) Etablir la loi d'entrée sortie <u>cinématique</u>.

$$r_{23} = \frac{\omega_3}{\omega_2} = 0{,}286 \quad \Leftrightarrow \quad \omega_3 = 0{,}286 \cdot \omega_2$$

f) Calculer en $tr \cdot min^{-1}$ la vitesse de rotation N_2 de la sortie lorsque l'entrée tourne à $N_2 = 1500\ tr \cdot min^{-1}$.

$r_{23} = \frac{\omega_3}{\omega_2}$ mais c'est pareil que $r_{23} = \frac{N_3}{N_2}$ (ce ne sont que les unités qui changent)

On a donc :

$$N_3 = 0{,}286 \cdot N_2 = 0{,}286 \times 1500 = 429\ tr \cdot min^{-1}$$

g) Calculer le nombre de tours effectués en une minute par chacune des deux roues.

Facile : on sait que $\omega = \frac{\theta}{t}$ avec, vu les écritures, ω en $rad \cdot s^{-1}$, θ en rad et t en s.

On peut aussi écrire, c'est la même chose : $N = \frac{\theta}{t}$ avec, N en $tr \cdot min^{-1}$, θ en tr et t en min.

Il suffit juste d'être cohérent dans les unités.

Ceci donne, puisqu'on cherche l'angle parcouru : $\theta = N \cdot t$

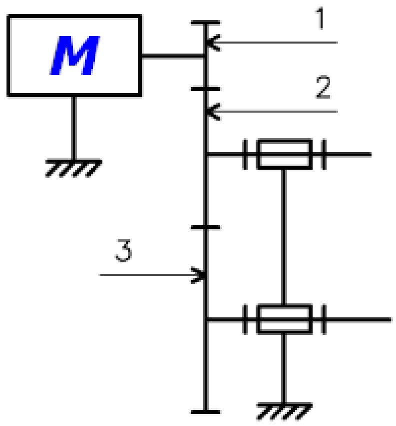
Pour la roue (2) : $\theta_2 = N_2 \cdot t = 1500 \times 1 = 1500\ tr$ (on pouvait s'en douter !)

Pour la roue (3) : $\theta_3 = N_3 \cdot t = 429 \times 1 = 429\ tr$ (on pouvait s'en douter !)

EXERCICE 4

Un moto-réducteur est composé d'un moteur électrique tournant à $N_{moteur} = 1500\ tr \cdot min^{-1}$ et d'un réducteur de vitesse constitué d'un train d'engrenages parallèles à denture droite. On a l'engrenage [1/2] et l'engrenage [2/3]. La roue (1) étant associée au rotor du moteur, elle est motrice et entraine la roue (2) qui à son tour entraine la roue (3).

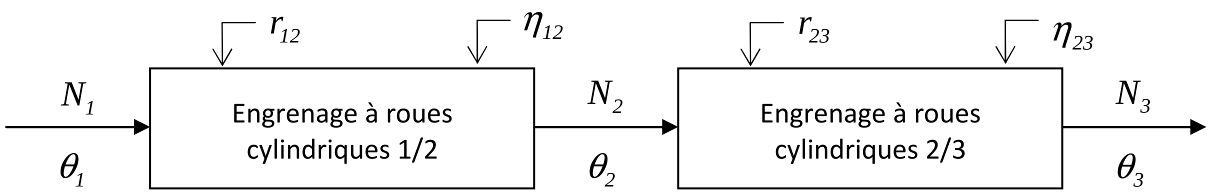
On donne : $Z_1 = 15 \quad Z_2 = 30 \quad Z_3 = 55$.



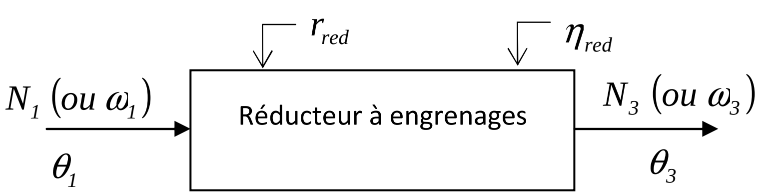
a) Compléter le tableau ci-contre : (mettre des croix)

roue	1	2	3
Menante	X	X	
Menée		X	X

b) Faire le schéma-bloc.



On peut aussi tout faire dans un bloc (mais on voit moins de choses…) :



c) Calculer à 10^{-3} près le rapport de transmission r_{12}.

$$r_{12} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{15}{30} = 0{,}500$$

d) Calculer à 10^{-3} près le rapport de transmission r_{23}.

$$r_{23} = \frac{Z_2}{Z_3} = \frac{30}{55} = \underline{0,545}$$

e) Calculer à 10^{-3} près le rapport de transmission global r_{13} de deux façons différentes.

<u>Façon 1</u> : comme on connaît les rapports intermédiaires r_{12} et r_{23}, on peut utiliser la formule :

$$r_{13} = \prod r_i = r_{12} \times = r_{23} = 0,500 \times 0,545 = \underline{0,273}$$

<u>Façon 2</u> : on peut utiliser la formule :

$$r_{13} = \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menées}} = \frac{Z_1 \times Z_2}{Z_2 \times Z_3} = \frac{Z_1}{Z_3} = \frac{15}{55} = \underline{0,273}$$

f) Calculer en $tr \cdot min^{-1}$ la vitesse de rotation N_3 de l'arbre (3).

Par définition du rapport de transmission, on a :

$$r_{13} = \frac{N_3}{N_1} \quad \Rightarrow \quad N_3 = r_{13} \cdot N_1 \quad \Leftrightarrow \quad N_3 = 0,273 \cdot N_1$$

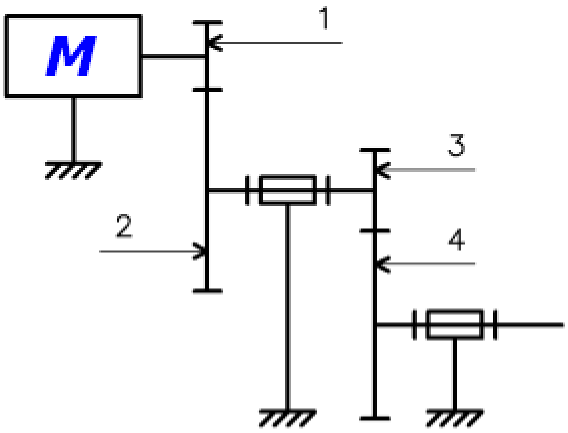
(c'est la loi d'entrée / sortie du réducteur à engrenages)

Pour $N_1 = N_{moteur} = 1500\ tr \cdot min^{-1}$, on a

$$N_3 = 0,273 \cdot N_1 = 0,273 \times 1500 = \underline{409,1\ tr \cdot min^{-1}}$$

EXERCICE 5

Un moteur électrique entraîne un réducteur à engrenage constitué d'un train d'engrenages parallèles à denture droite. On a l'engrenage [1/2] et l'engrenage [3/4]. La roue (1) étant associée au rotor du moteur, elle est motrice et entraine la roue (2). Attention : la roue (2) n'engrène PAS avec la roue (3) ; elles sont montées sur le <u>même arbre</u> et tournent donc à la même vitesse de rotation : $N_2 = N_3$ (ou $\omega_2 = \omega_3$ c'est pareil). Enfin, la roue (3) entraine la roue (4).

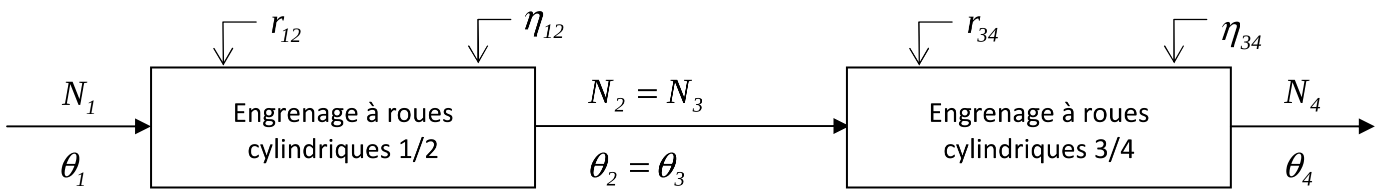


On donne : $Z_1 = 15 \quad Z_2 = 30 \quad Z_3 = 15 \quad Z_4 = 30$

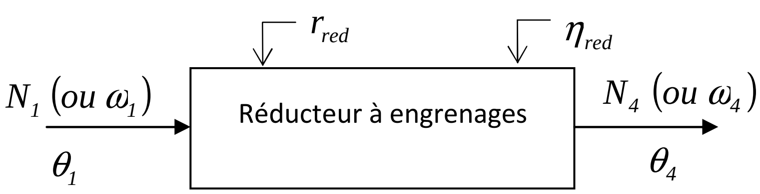
a) Compléter le tableau ci-contre : (mettre des croix)

roue	1	2	3	4
Menante	X		X	
Menée		X		X

b) Faire le schéma-bloc.



On peut aussi tout faire dans un bloc (mais on voit moins de choses…) :



c) Calculer à 10^{-3} près le rapport de transmission global r_{14}.

Le plus simple est ce qui suit : (sinon faut calculer les rapports intermédiaires => perte de temps)

$$r_{14} = \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menées}} = \frac{Z_1 \times Z_3}{Z_2 \times Z_4} = \frac{15 \times 15}{30 \times 30} = \underline{0{,}250}$$

d) Calculer en $tr \cdot min^{-1}$ la vitesse de rotation du moteur pour que l'on ait $N_4 = 10\ tr \cdot min^{-1}$.

$$r_{14} = \frac{N_4}{N_1} \quad \Rightarrow \quad N_4 = r_{14} \cdot N_1 \quad \Leftrightarrow \quad N_1 = \frac{N_4}{0{,}250} = \frac{10}{0{,}250} = \underline{40\ tr \cdot min^{-1}}$$